



DALYKO (MODULIO) APRAŠAS

Dalyko (modulio) pavadinimas			Kodas
Funkcinių duomenų analizė			
Dėstytojas (-ai)		Padalinys (-iai)	
Koordinuojantis: prof. dr. Jurgita Markevičiūtė Kitas (-i):		Matematikos ir informatikos fakultetas	
Studijų pakopa		Dalyko (modulio) tipas	
Antroji		Privalomas	
Igyvendinimo forma	Vykdymo laikotarpis	Vykdymo kalba (-os)	
Auditorinis	Pavasario semestrai	Lietuvių	
Reikalavimai studijuojančiajam			
Išankstiniai reikalavimai: pageidautina žinoti pagrindinius statistinių išvadų principus bei R paketo elementus		Gretutiniai reikalavimai (jei yra): nėra	
Dalyko apimtis kreditais	Visas studento darbo krūvis	Kontaktinio darbo valandos	Savarankiško darbo valandos
10	300	70	230

Dalyko (modulio) tikslas: studijų programos ugdomos kompetencijos		
Kurso tikslas - pristatyti pagrindines matematines sąvokas ir rezultatus, kurie yra reikalingi statistinei, tiek teorinei, tiek praktinei, duomenų, gautų stebint atsitiktines funkcijas, analizei. Programos ugdomos kompetencijos: 1 (1.1, 1.2, 1.3, 1.4), 2 (2.1, 2.2, 2.3), 3 (3.2, 3.3, 3.4), 4 (4.1, 4.2), 6 (6.2, 6.3), 7 (7.1, 7.2, 7.3)		
Dalyko studijų siekiniai. Sėkmingai baigęs dalyko studijas, studentas:	Studijų metodai	Vertinimo metodai
supras ir techninius, ir conceptualius aspektus, susijusius su duomenimis, kurie interpretuojami atsitiktinių funkcijų realizacijomis, žinos, kaip paruošti duomenis kaip funkcijas, supras funkcinių duomenų analizės vaidmenį sprendžiant praktines problemas.	Teorinės paskaitos ir seminarai, laboratoriniai darbai su funkcinės duomenų analizės paketais	Savarankiškam darbui skirtų uždavinių vertinimas, projekto pristatymas, egzaminas raštu
pasitelkiant programinės įrangos paketus, sugebės panaudoti daugumą	Teorinės paskaitos ir seminarai, laboratoriniai darbai su	Savarankiškam darbui skirtų uždavinių

žinomų algoritminių metodų tiek analizuojant, tiek vizualizuojant funkcinis duomenis.	funkcinės duomenų analizės paketais	vertinimas, egzaminas raštu
galės vertinti metodus, kurie yra labiausiai tinkami problemai spręsti; gebės kritiškai aptarti analizės rezultatus, gautus naudojant konkretų metodą.	Atvejų pristatymai seminaruose	Projekto parengimas ir pristatymas

Temos	Kontaktinio darbo valandos				Savarankiškų studijų laikas ir užduotys	
	Paskaitos ir konsultacijos	Kompiuterinės užduotys	Visas kontaktinis darbas	Savarankiškas darbas	Užduotys	
Įvadas į abstrakčią ir atsitiktinių funkcijų statistiką, dalyko motyvacija ir taikymų pavyzdžiai. <i>(tikslas: supažindinti studentus kaip atsiranda funkciniai duomenys ir sritys, kuriose su jais dažniausiai susiduriama, pateikti motyvuojančius pavyzdžius, taip pat pateikti funkcinų duomenų tikimybinius pagrindus)</i>	3		2	5	10	Skaityti [1] 1 Sk.; Spręsti paskirtus namų darbus
Įvadas į atsitiktinius procesus <i>(tikslas: supažindinti ir priminti bazinius atsitiktinių procesų dalykus, kurie būtini funkcinų duomenų analizės kurso kontekste)</i>	3		0	3	0	
Funkcinių duomenų parengimas <i>(tikslas: parodyti, kaip pereiti nuo stebimųjų vektorių prie funkcinų objektų, aptarti neparametrinį suglodinimą ir parodyti, kaip bazinės funkcijos gali būti naudojamos kuriant ir saugant funkcinis objektus).</i>	4		3	7	20	Skaityti [1] 3,4 Sk.; Spręsti paskirtus namų darbus
Aprašomoji analizė <i>(tikslas: išmokyti vertinti vidutinės funkcines reikšmes, kovariacinius operatorius ir kitus funkcinų duomenų</i>	10		9	19	30	Skaityti [1], 6, 7, 8 Sk.; spręsti paskirtus namų darbus

<i>paskirstymų parametrus; pristatyti funkcinių pagrindinių komponentų analizės (FPCA), kaip vieną iš pagrindinių funkcinių duomenų analizės priemonių, metodologiją; aptarti ryšius tarp FPCA, pristatyti spektrinę teoremą, skirtą kovariaciniams operatoriams bei Karhunen-Loeve išskaidymą, pateikti vertinimo metodus ir jų savybes; funkcinių duomenų registravimas).</i>						
Funkcinių duomenų klasterizavimas			3	3	15	Spręsti paskirtus namų darbus
Hilberto erdvių teoriniai pagrindai <i>(tikslas: suteikti funkcinių erdvių ir operatorių teorijos bazines žinias, aptarti, kaip gali būti modeliuojami funkciniai objektai ir suteikti tikimybių teorijos pagrindus, skirtus atsitiktinių objektų, kurių reikšmės yra funkcijos (įskaitant skirstinius ir kitus parametrus), analizei).</i>	4			4	15	Skaityti [2], 3 Sk.
Statistinės išvados funkciniais duomenimis <i>(tikslas: pristatyti pagrindinius globalių ir lokalių nulinių hipotezių testus: funkcinių t testą, funkcinę ANOVA, pateikti jų savybes).</i>	4		3	7	25	Skaityti [2], 12 Sk. Spręsti paskirtus namų darbus
Tiesiniai funkciniai modeliai <i>(tikslas: aptarti įvairias funkcinio tiesinio modelio formas, įskaitant funkciją/funkciją arba funkciją / skaliaras regresijas; pateikti vertinimo metodus ir savybes).</i>	4		3	7	25	Skaityti [1]; 9, 10 sk. Spręsti paskirtus namų darbus
Priklausomos funkcinės imtys <i>(tikslas: aptarti apibendrinimus priklausomoms funkcinėms imtims, įskaitant funkcinės laiko eilutės).</i>	3		3	6	10	Skaityti [2]; 8 sk. Spręsti paskirtus namų darbus
Projekto pristatymas	3		6	9	40	Projekto vystymas

<i>(studentai gali arba tirti funkcinės duomenų analizės mokslinius straipsnius, kurie nebuvo pristatyti paskaitų metu arba pateikti naują duomenų analizę, taikant studijuojamus funkcinių duomenų statistikos metodus).</i>						
Viso:	38	0	32	70	190	
Egzaminas					40	peržvelgti teoriją ir problemų sprendimo būdus, pasiruošti egzaminui
Iš viso (su egzaminu):	38		32	70	230	

Vertinimo strategija	Svoris proc.	Atsiskaitymo laikas	Vertinimo kriterijai
Tiriamasis projektas Kiekvienas studentas dirbs grupėje viso semestro metu. Galutinė ataskaita bus pateikta semestro pabaigoje; studentai rengs 10-15 minučių trukmės pranešimus seminarui. Semestro metu studentai rengs 5-10 min trukmės pranešimus apie projektui pasirinktus duomenis bei projekto eigą. Neatlikus pristatymų galutinis projekto įvertinimas bus 0.	50%	Galutinė ataskaita įkeliamą į VMA semestro gale ir atliekama 10-15 min prezentacija. Du tarpiniai pristatymai semestro metu. Tarpiniai pristatymai įkeliami į VMA iš karto po pristatymo.	Studentai padaro projekto ataskaitos galutinį 10-15 minučių pristatymą apie galutinę ataskaitą semestro gale, bei 5-10 minučių pristatymus apie semestro eigą. Vertinimas yra 10 balų skalėje remiantis pristatymo bei ataskaitos kokybe. Visi pristatymai semestro metu yra privalomi, be jų galutinis projekto įvertinimas yra 0.
Galutinis egzaminas 2 valandų trukmės, uždaros knygos egzaminas.	50%	Sesijos metu	Kiekvienas namų darbas vertinamas 10 balų skalėje pagal atliktas užduotis.
Vertinimo strategija laikantiems eksterneu			

Studentai, atsiskaitantys eksternu, privalo atsiskaityti už kiekvieną dalį: pristatyti parengtą projektą, laikyti egzaminą raštu.	100	Sesijos metu	Visų dalių vertinimui taikomi tie patys vertinimo kriterijai, bei galutinio pažymio suformavimo algoritmas.
---	-----	--------------	---

Autoriai	Leidimo metai	Pavadinimas	Leidėjas
Privaloma literatūra			
J.O. Ramsay, G. Hooker and S. Graves	2009	Functional Data Analysis with R and MATLAB	Springer
Piotr Kokoszka and Matthew Reimher	2017	Introduction to Functional Data Analysis	Taylor & Francis group
Papildoma literatūra			
Tailen Hsing and Randall Eubank	2015	Theoretical Foundations of Functional Data Analysis, with an Introduction to Linear Operators	Wiley
L. Horvath and P. Kokoszka	2012	Inference for functional data with applications	Springer
J. Ramsay and B. Silverman	2005	Functional Data Analysis, Second Edition.	Springer
V. Paulauskas and A. Račkauskas	2007	Funkcinė analizė. I knyga. Erdvės Funkcinė analizė. II knyga. Funkcijos ir lygtys	Vilnius, Leidykla UAB „Vaistų žinios“



COURSE UNIT (MODULE) DESCRIPTION

Course unit (module) title			Code
Functional data analysis			
Lecturer(s)		Department(s) where the course unit (module) is delivered	
Coordinator: prof. Jurgita Markevičiūtė Other(s):		Faculty of Mathematics and Informatics	
Study cycle		Type of the course unit (module)	
Second		Compulsory	
Mode of delivery	Period when the course unit (module) is delivered		Language(s) of instruction
Face-to-face	Spring semesters		English/Lithuanian
Requirements for students			
Prerequisites: Knowledge of the basic principles of statistical inference is desirable, as well as some knowledge of the R computing environment		Additional requirements (if any): No	
Course (module) volume in credits	Total student's workload	Contact hours	Self-study hours
10	300	70	230

Purpose of the course unit (module): programme competences to be developed		
The course aims to introduce the key mathematical concepts and results that are relevant for the theoretical and practical development of the statistical analysis of data obtained from observations of stochastic processes. Programme competences: 1 (1.1, 1.2, 1.3, 1.4), 2 (2.1, 2.2, 2.3), 3 (3.2, 3.3, 3.4), 4 (4.1, 4.2), 6 (6.2, 6.3), 7 (7.1, 7.2, 7.3)		
Learning outcomes of the course unit (module):	Teaching and learning methods	Assessment methods

after completion of the course students		
will understand both technical and conceptual aspects dealing with data treated as samples of functions, will know how to represent data as functions, will understand the role of functional data analysis to practical problems.	theoretical lectures and seminars, applicative R sessions	assessment of individual problem solutions, exam
will be able to exploit number of algorithmic approaches, with assistance of software packages, both to analyze and visualize functional data.	theoretical lectures and seminars, applicative R sessions	assessment of individual problem solutions, project completion and presentation, exam
will be able to make assessments of the type of approach that is most suitable for the problem at hand, and critically discuss the results of analysis obtained by a particular method.	research examples presented in seminars	project completion and presentation

Content: breakdown of the topics	Lectures and seminars	Tutorials	Computer sessions	Contact hours	Self-study hours	Assignments
Introduction to abstract statistics and statistics of random functions, examples and motivation <i>(objective is to provide students with an understanding of how functional data arises and the areas where it is commonly encountered, to present motivating examples as well as to provide a basic probabilistic structure for how functional data are generated)</i>	3		2	5	10	To study [1, Ch. 1]; to solve homework assignments obtained during computer sessions
Introduction to random processes <i>(objective is to introduce and recall the basic concepts of random processes, which are essential in the context of a course on functional data analysis)</i>	3		0	3	0	
Smoothing and curve fitting <i>(objective is to demonstrate how one moves from observed vectors to functional objects, to discuss the basics of <u>nonparametric smoothing</u> and in particular, to demonstrate how basis expansions can be used to create and store functional objects).</i>	4		3	7	20	To study [1, Ch. 3,4]; to solve homework assignments obtained during computer sessions
Descriptive analysis <i>(objective ate to learn how to estimating mean functions, covariance operators and other distributional parameters of functional data; to introduce functional principal component analysis (FPCA) as one of the fundamental tools of FDA; to discuss the connections between <u>FPCA</u>, the spectral Theorem for covariance operators, and the <u>Karhunen--Loève</u> expansion; to provide estimation methods and their properties; registration of functional data)</i>	10		9	19	30	To study [1, Ch. 6, 7, 8], to solve homework assignments obtained during computer sessions

Clustering of functional data			3	3	15	to solve homework assignments obtained during computer sessions
Hilbert space framework for functional data <i>(objective is to provide a basic introduction to function spaces and operator theory, to discuss how functional objects can be modelled using this framework, and in particular, explore the basics of probability theory for function space valued objects (including distributions and other parameters)).</i>	4			4	15	To study [2, Ch. 3]
Statistical inference for functional data <i>(objectives are to introduce permutational inference, global and local null hypothesis testing, functional t-test, functional ANOVA; to provide their properties).</i>	4		3	7	25	To study [2, Ch. 12] to solve homework assignments obtained during computer sessions
Functional linear models <i>(objectives are to discuss the various forms of the functional linear model, including function on function regression or function/scalar regression; to present estimation methods and properties).</i>	4		3	7	25	To study [1, Ch. 9, 10] to solve homework assignments obtained during computer sessions
Dependent functional data <i>(objectives are to discuss generalizations to dependent sequences, including functional time series and space-time functional data).</i>	3		3	6	10	To study [2, Ch. 8] to solve homework assignments obtained during computer sessions
Project presentations <i>(Students may either investigate an FDA research paper/methodology not described in the class or to present a novel data application where they apply FDA methods).</i>	3		6	9	40	to work on a project;

Total	38	0	32	70	190	
Exam					40	Review theory and problem solutions; prepare for the exam
Total including final exam	38		32	70	230	

Assessment strategy	Weight, %	Deadline	Assessment criteria
Project/Presentation <i>Each student will work in a group with other students on a project throughout the semester.</i> <i>A final report will be submitted at the end of the semester and students will give a 10-15 minute presentation based on that report.</i> <i>During the semester each student will give a 5-10 minutes' presentations about the selected data for the project and the progress on the project.</i> <i>All presentations are mandatory; without them the final project evaluation is 0.</i>	50%	A final report will be submitted at the end of the semester to the Moodle and final presentation given during the last lecture. Two intermediate presentations during the semester. Intermediate presentations will be submitted to the Moodle just after the presentation.	Students will give a final 10-15-minute presentation based on the final report and two presentations of duration 5-10 minutes during the semester. Evaluation in 10 points scale based on quality of presentation and report. All presentations are mandatory; without them the final project evaluation is 0.
Final exam <i>Written closed-book 2 hours duration exam.</i>	50%	during exam session period	Evaluation in 10 points scale according to the tasks solved.
Evaluation strategy for extern exam			
Students must complete all the tasks : prepare the project and take the exam.	100	During session	The evaluation criteria for all the tasks are the same as for other students.

--	--	--	--

Author	Year of publication	Title	Publishing place and house or web link
Compulsary reading			
J.O. Ramsay, G. Hooker and S. Graves	2009	Functional Data Analysis with R and MATLAB	Springer
Piotr Kokoszka and Matthew Reimherr	2017	Introduction to Functional Data Analysis	Taylor & Francis group
Optional reading			
Tailen Hsing and Randall Eubank	2015	Theoretical Foundations of Functional Data Analysis, with an Introduction to Linear Operators	Wiley
L. Horvath and P. Kokoszka	2012	Inference for functional data with applications	Springer
J. Ramsay and B. Silverman	2005	<i>Functional Data Analysis</i> , Second Edition.	Springer