



## DALYKO (MODULIO) APRAŠAS

Dalyko (modulio) pavadinimas lietuvių kalba	Dalyko (modulio) pavadinimas anglų kalba	Kodas
Bajeso statistika	Bayesian statistics	

Dėstytojas (-ai)	Padalinys (-iai)
<b>Koordinuojantis:</b> Marijus Radavičius <b>Kitas (-i):</b>	Matematikos ir informatikos fakultetas, Taikomosios matematikos institutas, Statistinės analizės katedra s

Studijų pakopa	Dalyko (modulio) tipas
Pirmoji	Pasirenkamasis

Igyvendinimo forma	Vykdymo laikotarpis	Vykdymo kalba (-os)
Auditorinė		Lietuvių/anglų

Reikalavimai studijuojančiajam	
Išankstiniai matematinės analizės ir algebros pagrindai, baziniai tikimybių teorijos ir statistikos kursai, programavimo su R pagrindai	Gretutiniai reikalavimai (jei yra):

Dalyko (modulio) apimtis kreditais	Visas studento darbo krūvis	Kontaktinio darbo valandos	Savarankiško darbo valandos
	125	48	77

Dalyko (modulio) tikslas: studijų programos ugdomos kompetencijos
<p>Suvokti pagrindinių Bajeso modelių ir įvertinių savybes, atlikti Bajeso tyrimą ir palyginti jį su klasikineis metodais</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gebės taikyti pagrindinius įvairių matematikos sričių rezultatus, operuoti sąvokomis, skaityti bei paaiškinti matematinius įrodymus; (4.1)</li> <li>• gebės įvertinti duomenų analizės metodų bei rezultatų apribojimus; (6.2)</li> <li>• gebės parinkti ir pritaikyti tinkamą metodologiją suformuluotam duomenų analizės uždaviniui optimaliai pasirinkdamas programinius analizei skirtus įrankius;(6.3)</li> <li>• gebės įvertinti duomenų analizės uždaviniui sudaryto modelio tinkamumą bei patikimumą, (6.4)</li> <li>• gebės interpretuoti analizės rezultatus, išskirti prasmingą informaciją bei remiantis ja teikti siūlymus;(7.1)</li> </ul>

Dalyko (modulio) studijų siekiniai	Studijų metodai	Vertinimo metodai
gebės naudotis Bajeso sprendimų taisyklėmis	Paskaitos, uždavinių sprendimas grupėje ir individualiai, grupės diskusijos, dalykinės literatūros studijavimas	Laboratoriniai darbai, jų pristatymas, tarpinis egzaminas ir baigiamasis egzaminas raštu
paaiškinti Bajeso ir klasikinės statistikos metodų skirtumus		
gebės parinkti apriorinius skirstinius ir rasti aposteriorinius		
mokės naudotis programomis R ir Stan	praktinių užduočių atlikimas naudojant programas R ir Stan	

Temos	Kontaktinio darbo valandos							Savarankiško studijų laikas ir užduotys	
	Paskaitos	Konsultacijos	Seminarai	Pratybos	Laboratoriniai darbai	Praktika	E. mokymas(is)	Visas kontaktinis darbas	Savarankiškas darbas
1. Sąlyginė tikimybė, Bajeso teorema	1						1	2	[4] 1, 2, 4.7
2. Bayeso statistika: principai, analizė,	2				1		3	4	[1] 2; [4] 1, 2; [3] 1.1,

skaičiavimai. Subjektyvioji ir objektyvioji paradigmos. Informacijos atnaujinimas									1.2.
3. Bayeso modelis. Beta-Binominis ir Normal-Normal modeliai	3			1			4	4	[1] 3; [4] 3, 4.1-4.4
4. Didžiausio aposteriorinio tankio sritys, patikimumo aibės ir intervalai	3			2			5	6	[3] 3
5. Bayeso sprendimų teorija. Taikymas klasifikavimo uždaviniui. Bayeso prognozavimas, parametų vertinimas, hipotezių tikrinimas	4			2			6	12	[2] 1.3, 1.4; [3] 1.3; [4] 8.1-8.3, 14.
6. Aprioro parinkimas. Aprioriniai skirstiniai: sujungtinis, neinformatyvusis, netikrinis, Jeffrey, invariantiškas, atskaitos	4			2			6	10	[2] 2.1-2.7; [4] 5
7. Maksimalios entropijos principas ir eksponentinė skirstinių šeima	3			1			4	8	[2] 2.8, 2.12
8. Hierarchinis modeliavimas. Individualieji ir kombinuotieji įvertiniai. Aposterioro simuliacija ir analizė	2			2			4	8	[1] 7; [3] 6; [4] 15; Optionally [4] 16-18
9. Bayeso skaičiavimai. Aposterioro aproksimacijos. Markovo grandinių Monte Karlo ir kiti imčių metodai. Bayeso skaičiavimų strategija	6			3			9	12	[1] 5, 6; [3] 4; [4] 6, 7. Optionally [1] 5, 6
10. Bayeso apibendrintieji tiesiniai modeliai: normalusis, binominis, Poissono, neigiamas binominis	4			2			6	11	[3] 7; [4] 9-13; Optionally [1] 9
<b>Iš viso</b>	<b>32</b>			<b>16</b>			<b>48</b>	<b>77</b>	

Vertinimo strategija	Svoris proc.	Atsiskaitymo laikas	Vertinimo kriterijai
Laboratoriniai darbai	30	Semestro metu	Studentai analizuoja konkrečias problemas, taiko paskaitų metu pateiktus modelius ir metodus simuliuotiems duomenims.
Laboratoriniai darbai (gynimas)	20	Semestro gale	Studentai paruošia laboratorinių darbų ataskaitą ir ją pristato seminare
Tarpinis egzaminas (raštu)	20	Trečio mėnesio gale	Egzaminą sudaro 3-6 skirtingo sudėtingumo užduotys. Santykinis užduočių sudėtingumas yra nurodytas taškais. Kuo didesnis suminis gautų taškų skaičius, tuo aukštesnis pažymys.
Galutinis egzaminas (raštu)	30	Egzaminų sesija	Egzaminą sudaro 3-6 skirtingo sudėtingumo užduotys. Santykinis užduočių sudėtingumas yra nurodytas taškais. Kuo didesnis suminis gautų taškų skaičius, tuo aukštesnis pažymys..
Studijos eksternu			Galima studijuoti eksternu.

Autorius	Leidimo metai	Pavadinimas	Periodinio leidinio Nr. ar leidinio tomas	Leidimo vieta ir leidykla	Prieiga internete ar VU bibliotekoje
<b>Privalomoji literatūra</b>					
[1] Albert Jim	2007	Bayesian Computation with R		Springer	<a href="https://github.com/wallybee2016/R/blob/master/Rbooks/Bayesian%20Computation%20With%20R%20(2nd%20Edition).pdf">https://github.com/wallybee2016/R/blob/master/Rbooks/Bayesian%20Computation%20With%20R%20(2nd%20Edition).pdf</a>
[2] Figueiredo, M. A. T.	2004	Lecture Notes on Bayesian Estimation and Classification			<a href="http://www.lx.it.pt/~mtf/learning/Bayes_lecture_notes.pdf">www.lx.it.pt/~mtf/learning/Bayes_lecture_notes.pdf</a>
[3] Hyvönen, Ville; Tolonen, Topias	2019	Bayesian Inference			<a href="https://vioshyvo.github.io/Bayesian_inference/index.html">https://vioshyvo.github.io/Bayesian_inference/index.html</a>
[4] Johnson, Alicia A.; Ott, Miles Q.; Dogucu, Mine	2021	An Introduction to Applied Bayesian Modeling			<a href="https://www.bayesrulesbook.com/">https://www.bayesrulesbook.com/</a>

Papildoma literatūra					
[1] Donovan, Th. M.; Mickey, Ruth M	2019	Bayesian statistics for beginners: a step-by-step approach		Oxford University Press	VU biblioteka, visatekstis dokumentas
[2] McElreath, Richard	2019	Statistical Rethinking: A Bayesian Course with Examples in R and Stan			<a href="https://github.com/Booleans/statistical-rethinking/blob/master/Statistical%20Rethinking%202nd%20Edition.pdf">https://github.com/Booleans/statistical-rethinking/blob/master/Statistical%20Rethinking%202nd%20Edition.pdf</a>
[3] Kruschke, John K	2015, 2 <sup>nd</sup> ed.	Doing Bayesian data analysis: a tutorial with R, JAGS, and Stan		Elsevier Science & Technology	<a href="https://nyu-cdsc.github.io/learningr/assets/kruschke_bayesian_in_R.pdf">https://nyu-cdsc.github.io/learningr/assets/kruschke_bayesian_in_R.pdf</a>
[4] Robert, Christian P	2007, 2 <sup>nd</sup> ed.	The Bayesian Choice: From Decision-Theoretic Foundations to Computational Implementation		Springer, New York	



## COURSE UNIT (MODULE) DESCRIPTION

Course unit (module) title	Code
Bayesian statistics	

Lecturer(s)	Department(s) where the course unit (module) is delivered
<b>Coordinator:</b> Marijus Radavičius <b>Other(s):</b>	Department of Statistic Analysis, Institute of Applied Mathematics, Faculty of Mathematics and Informatics

Study cycle	Type of the course unit (module)
First	Optional

Mode of delivery	Period when the course unit (module) is delivered	Language(s) of instruction
Classroom		English/Lithuanian

Requirements for students	
<b>Prerequisites:</b> basics of mathematical analysis and algebra, basics of probability theory and statistics, basics of R programming	<b>Additional requirements (if any):</b>

Course (module) volume in credits	Total student's workload	Contact hours	Self-study hours
	125	48	77

Purpose of the course unit (module): programme competences to be developed		
To understand the main Bayesian models and estimators, to perform Bayesian inference and to compare it with classical one. <ul style="list-style-type: none"> <li>• apply results from various fields of mathematics, to use relevant concepts, to understand mathematical proofs; (4.1)</li> <li>• evaluate limitations of methods applied and results obtained; (6.2)</li> <li>• choose and apply method and software best suited for data analysis; (6.3)</li> <li>• evaluate the adequacy of proposed statistical model and its reliability; (6.4)</li> <li>• interpret results of data analysis, singling out relevant information and drawing conclusions; (7.1)</li> </ul>		
Learning outcomes of the course unit (module)	Teaching and learning methods	Assessment methods
will be able to use the Bayesian decision rules	Lectures, group and individual tasks, group discussions, special literature study	Laboratory work, its presentation, intermediate exam and final exam
to explain the differences between classical and Bayesian statistical methods		
will be able to choose the prior distributions and to find the posterior distributions	the practical execution of tasks by using R and Stan	
will be able to use the programs R and Stan		

Content: breakdown of the topics	Contact hours	Self-study work: time and assignments

	Lectures	Tutorials	Seminars	Exercises	Laboratory work	Internship/work placement	Contact hours	Self-study hours	Assignments
1 Conditional probability, Bayes' theorem.	1				0		1	2	[4] 1, 2, 4.7.
2. Bayesian statistics: principles, inference, calculations. Subjective and objective Bayesian (paradigm). Information updating.	2				1		3	4	[1] 2; [4] 1, 2; [3] 1.1, 1.2.
3. Bayesian model. Beta-Binomial and Normal-Normal models.	3				1		4	4	[1] 3; [4] 3, 4.1-4.4.
4. Highest Posterior Density (HPD) regions, credible sets and intervals.	3				2		5	6	[3] 3
5. Bayesian decision theory. Application to classification problem. Bayesian prediction, parameter estimation, hypothesis testing.	4				2		6	12	[2] 1.3, 1.4; [3] 1.3; [4] 8.1-8.3, 14. Optionally [4] 14.
6. Prior selection. Priors: conjugate, non-informative, improper, Jeffrey's, invariant, reference.	4				2		6	10	[2] 2.1-2.7; [4] 5.
7. Maximum entropy principle and exponential families.	3				1		4	8	[2] 2.8, 2.12.
8. Hierarchical modelling. Individual and Combined Estimates. Posterior simulation and analysis .	2				2		4	8	[1] 7; [3] 6; [4] 15; Optionally [4] 16-18.
9. Bayesian Computation. Posterior approximations. Markov Chain Monte Carlo (MCMC) and other (re)sampling methods. A Strategy in Bayesian Computing.	6				3		9	12	[1] 5, 6; [3] 4; [4] 6, 7. Optionally [1] 5, 6.
10. Bayesian generalized linear models: normal, binomial, Poisson, negative binomial.	4				2		6	11	[3] 7; [4] 9-13; Optionally [1] 9.
<b>Total</b>	<b>32</b>				<b>16</b>		<b>48</b>	<b>77</b>	

Assessment strategy	Weight, %	Deadline	Assessment criteria
Laboratory work	30	During Semester	Students analyze specific problems applying models and methods given during lectures to simulated data.
Laboratory work presentation (defence)	20	The end of the fourth month	Students prepare a laboratory work report and make a presentation.
Intermediate exam (written)	20	The end of the third month	The exam includes 3-6 tasks of different complexity. Relative complexity of each task is indicated by respective number of points. The greater totals ensure respective higher grades.
Final exam (written)	30	Exam session	The exam includes 3-6 tasks of different complexity. Relative complexity of each task is credited with respective number of points. The greater totals ensure respective higher grades.
External study			The option of external study is available.

Author	Year of publication	Title	Issue of a periodical or volume of a publication	Publishing place and house or web link
<b>Compulsory reading</b>				
[1] Albert, Jim	2007	Bayesian Computation with R		Springer <a href="https://github.com/wallybee2016/R/blob/master/Rbooks/Bayesian%20Computation%20With%20R%20(2nd%20Edition).pdf">https://github.com/wallybee2016/R/blob/master/Rbooks/Bayesian%20Computation%20With%20R%20(2nd%20Edition).pdf</a>
[2] Figueiredo, M. A. T.	2004	Lecture Notes on Bayesian Estimation		<a href="http://www.lx.it.pt/~mtf/learning/Bayes_lecture_notes.pdf">www.lx.it.pt/~mtf/learning/Bayes_lecture_notes.pdf</a>

		and Classification		
[3] Hyvönen, Ville; Tolonen, Topias	2019	Bayesian Inference		<a href="https://vioshyvo.github.io/Bayesian_inference/index.html">https://vioshyvo.github.io/Bayesian_inference/index.html</a>
[4] Johnson, Alicia A.; Ott, Miles Q.; Dogucu, Mine	2021	An Introduction to Applied Bayesian Modeling		<a href="https://www.bayesrulesbook.com/">https://www.bayesrulesbook.com/</a>
<b>Optional reading</b>				
[1] Donovan, Therese M.; Mickey, Ruth M.	2019	Bayesian statistics for beginners: a step-by-step approach		Oxford University Press (VU biblioteka visatekstis dokumentas)
[2] McElreath, Richard	2019	Statistical Rethinking: A Bayesian Course with Examples in R and Stan		<a href="https://github.com/Booleans/statistical-rethinking/blob/master/Statistical%20Rethinking%202nd%20Edition.pdf">https://github.com/Booleans/statistical-rethinking/blob/master/Statistical%20Rethinking%202nd%20Edition.pdf</a>
[3] Kruschke, John K.	2015 (2 <sup>nd</sup> ed.)	Doing Bayesian data analysis: a tutorial with R, JAGS, and Stan		Elsevier Science & Technology <a href="https://nyu-cdsc.github.io/learningr/assets/kruschke_bayesian_in_R.pdf">https://nyu-cdsc.github.io/learningr/assets/kruschke_bayesian_in_R.pdf</a>
[4] Robert, Christian P.	2007 (2 <sup>nd</sup> ed.)	The Bayesian Choice: From Decision-Theoretic Foundations to Computational Implementation		Springer texts in Statistic, New York