



DALYKO APRAŠAS

Dalyko pavadinimas	Kodas
Kategorijų teorijos pagrindai	KKPS3124

Dėstytojas (-ai)	Padalinys (-iai)
Koordinuojantis: Ramūnas Garunkštis	Matematikos ir informatikos fakultetas Tikimybių teorijos ir skaičių teorijos katedra Naugarduko gt. 24, LT-03225 Vilnius

Studijų pakopa	Dalyko lygmuo	Dalyko tipas
pirmoji	1 iš 1	Privalomas

Igyvendinimo forma	Vykdyto laikotarpis	Vykdyto kalba (-os)
Auditorinė	V semestras	lietuvių, anglų

Reikalavimai studijuojančiajam	
Išankstiniai reikalavimai: Matematinė analizė	Gretutiniai reikalavimai (jei yra): -

Dalyko apimtis kreditais	Visas studento darbo krūvis	Kontaktinio darbo valandos	Savarankiško darbo valandos
5	130	48	82

Dalyko tikslas: studijų programos ugdomos kompetencijos		
Ne per seniausiai (1926 m.) David'as Hilbert'as pasakė: „Niekas mūsų neišvys iš rojus, kurį mums sukūrė Cantor'as“. Taip jis kalbėjo apie galingą aibių teoriją, kurios kalbą dabar mes visi naudojame kasdienėje matematikoje. „Elementas“ ir „funkcija“ yra vienos pagrindinių aibių teorijos sąvokų, iš kurių „elementas“ yra fundamentalesnė, nes „funkciją“ galima išreikšti kaip tam tikrą elementų konstrukciją (Dekarto aibės poaibis). Tačiau pasaulis nestovi vietoje! Kategorijų teorija (KT) mums leidžia užmiršti „elementus“ ir viską sukonstruoti iš „funkcijų“ (rodyklių, sakant kategorijų kalba). KT pateikia išpūdingą naują požiūrį į matematiką, gerokai besiskiriantį nuo aibių teorijos. Kategorijų teorijos paradigmą ncatlab.org išreiškia taip: „Skirtingai nuo aibių teorijos, KT domisi ne aibėmis $X, Y, \dots$ – vadinamomis objektais, bet sąryšiais tarp objektų: t.y. (homo)morfizmais $f: X \rightarrow Y$ tarp vieno objekto ir kito“. „Kategorijų teorija žvelgia į matematiką iš paukščio skrydžio. Iš dangaus aukštybių smulkios detalės nematomos, tačiau galime išskirti raštus neaptingamus esant ant žemės paviršiaus“ taikliai pastebi T. Leister'is „Basic Category Theory“ knygos įvade. Iš kitos pusės jau yra susiformavusi taikomosios kategorijų teorijos disciplina, kurioje kategorijų teorijos metodai naudojami kitose sferose, tokiose kaip informacinės technologijos, fizika, kontrolės teorija, natūralių kalbų apdorojimas, tikimybių teorija ir priežastingumas (žr. wiki, Applied category theory). Šio dalyko tikslas yra supažindinti su pagrindinėmis kategorijų teorijos koncepcijomis.		
Dalyko studijų siekiniai	Studijų metodai	Vertinimo metodai
Studentai bus skatinami mąstyti abstrakčiai. Jie išmoks samprotauti matematiškai, t.y. iš prielaidų gauti išvadas naudojant logines taisykles, taip pat išmoks matematinius teiginius, jų įrodymus, problemas ir jų sprendimus pristatyti kitiems.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Savarankiškas darbas su literatūra.	Apklausa raštu.
Gebės apibrėžti pagrindines kategorijų teorijos sąvokas, iliustruoti jas pavyzdžiais. Studentai išmoks nuosekliai ir griežtai konstruoti matematinius argumentus.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Savarankiškas darbas su literatūra.	Apklausa raštu.
Gebės formuluoti ir įrodyti bazinius kategorijų teorijos teiginius.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Savarankiškas darbas su literatūra.	Apklausa raštu.
Gebės taikyti bazinius kategorijų teorijos teiginius sprendžiami standartinius uždavinius.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Savarankiškas darbas su literatūra.	Apklausa raštu.

Temos	Kontaktinio darbo valandos						Savarankiškų studijų laikas ir užduotys	
	Paskaitos	Konsultacijos	Seminariai	Pratybos	Laboratoriniai darbai	Visas kontaktinis darbas	Savarankiškas darbas	Užduotys
1. Aibių teorija. Poaibiai. Rusell'o paradoksas. NBG and ZF aibių aksiomos. Funkcijos kaip aibių sandaugos. Kategorijos apibrėžimas, pirmieji pavyzdžiai: Set, Finset, Poset, Finord, sandaugų kategorijos, rodyklių kategorijos.	18					18	30	Literatūros studijavimas, Uždavinių sprendimas.
2. Bazinės kategorijų savybės. Iso rodyklės, pradiniai ir galiniai objektai, sandaugos ir kosandaugos, ribos ir koribos, lygintoja ir kolygintoja, atitraukimas, išstūmimas, eksponentijavimas (Iso arrows, initial and terminal objects, products and co-products, limits and co-limits, equalizers and co-equalizers, pullback, pushouts, exponentiation).	24					24	50	Literatūros studijavimas, Uždavinių sprendimas.
3. Funktoriai ir natūraliosios transformacijos. Yoneda lema.	6					6	2	Literatūros studijavimas,
Konsultacijos								
Egzaminas		2						
Kontroliniai		4						
Iš viso	48	6				48	82	

Pastaba. Pasiruošimui kontroliniams ir egzaminui reikia viso savarankiškam darbui numatyto laiko.

Vertinimo strategija	Svoris proc.	Atsiskaitymo laikas	Vertinimo kriterijai
Kontroliniai darbai (raštu) ir aktyvus dalyvavimas teorijos paskaitose	Apie 50	Semestro metu	Kontrolinio metu sprendžiami uždaviniai. Paskaitos metu rašomas trumpas kontrolinis. Už kontrolinius galima gauti iki 10 taškų.
Egzaminas (raštu)	Apie 50	Sesijos metu	Egzaminą sudaro teoriniai klausimai ir uždaviniai (skirtingo sunkumo). Egzamino metu galima gauti iki 20 taškų.

Autorius	Leidimo metai	Pavadinimas	Periodinio leidinio Nr. ar leidinio tomas	Leidimo vieta ir leidykla ar internetinė nuoroda
Privalomoji literatūra				
R. Goldblatt	1984	Topoi. The categorical analysis of logic. Second edition. Trečias ir devintas skyriai.		North-Holland Publishing Co. Pasiengiama internete https://projecteuclid.org/eBooks/books-by-independent-authors/topoi-the-categorical-analysis-of-logic/toc/bia/1403013939
P. Smith (University of Cambridge)	2022	Beginning Category Theory		https://www.logicmatters.net/categories/
Papildoma literatūra				
Brendan Fong, David I. Spivak	2018	Seven Sketches in Compositionality: An Invitation to Applied Category		Cambridge University Press, https://doi.org/10.1017/9781108668804 ,

		Theory		https://arxiv.org/abs/1803.05316
--	--	--------	--	---



COURSE UNIT DESCRIPTION

Course unit title	Course unit code
Fundamentals of Category Theory	KKPS3124

Lecturer(s)	Department where the course unit is delivered
Coordinator: Ramūnas Garunkštis	Faculty of Mathematics and Informatics Department of Probability Theory and Number Theory Naugarduko St. 24 LT-03225 Vilnius Lithuania

Cycle	Level of course unit	Type of the course unit
1 st (BA)	1 out of 1	Compulsory

Mode of delivery	Semester or period when the course unit is delivered	Language of instruction
face-to-face	Second year of study Spring semester	English

Prerequisites and corequisites	
Prerequisites: Calculus	Corequisites (if any): -

Number of ECTS credits allocated	Student's workload	Number of contact work hours	Number of stand-alone working hours
5	130	48	82

Purpose of the course unit: programme competences to be developed		
Not very long ago (1926) David Hilbert said “No one shall expel us from the paradise which Cantor has created for us”. This is about the powerful Set Theory, which we all use in our everyday mathematics. Fundamental terms of the set theory language are “element” and “function”, “element” being the more fundamental of the two, while “function” can be understood as a certain construction of the elements (subset of Cartesian product). The world does not stand still. With Category Theory (CT) we can forget “elements” and construct everything from “functions” (arrows, in the category language). CT proposes a new impressive view to mathematics, rather different from Set Theory. The paradigm of CT described by ncatlab.org: “As opposed to set theory, category theory focuses not on elements [of sets] $x, y, \dots$ – called objects – but on the relations between these objects: the (homo)morphisms between them $f : x \rightarrow y$.” “Category theory takes a bird’s eye view of mathematics. From high in the sky, details become invisible, but we can spot patterns that were impossible to detect from ground level.” would be a felicitous phrase from the Introduction of “Basic Category Theory” by Tom Leinster (University of Edinburgh). From other side there is an academic discipline Applied Category Theory in which methods from category theory are used to study other fields including but not limited to computer science, physics, control theory, natural language processing, probability theory and causality (see wiki, Applied category theory). The purpose of this course is to introduce the basic concepts of Category Theory.		
Learning outcomes of the course unit: students will be able to	Teaching and learning methods	Assessment methods
The student abstract thinking ability will be developed. The students will learn to employ mathematical reasoning, that is, to proceed from assumptions to conclusions following the patterns of logical inference, to present mathematical statements, their proofs, problems, and their solutions for others.	Lecture. Practice. Individual reading.	Tests (written). Exam (written).
Define and illustrate main concepts related to Category theory.	Lecture. Practice. Individual reading.	Tests (written). Exam (written).

Formulate and prove basic propositions (statements) related to Category theory. The students will learn to rigorously construct their mathematical arguments.	Lecture. Practice. Individual reading.	Tests (written). Exam (written).
Apply basic propositions (statements) related to Category theory.	Lecture. Practice. Individual reading.	Tests (written). Exam (written).

Course content: breakdown of the topics	Individual work: time and assignments						Assignments
	Lectures	Tutorials	Seminars	Practice	Contact hours	Individual work	
1. Set theory. Subsets. Russell's Paradox. NBG and ZF set axiom systems. Functions as product sets. Definition of Category, first examples: Set, Finset, Poset, Finord, product categories, arrow categories.	18				18	30	Individual reading. Problem solving.
2. Basic properties of Categories. Iso arrows, initial and terminal objects, products and co-products, limits and co-limits, equalizers and co-equalizers, pullback, pushouts, exponentiation.	24				24	50	Individual reading. Problem solving.
3. Functors and Natural transformations. Yoneda lemma.	6				6	2	Individual reading.
Consultations							
Exam		2					
Tests (written)		4					
Iš viso	48	6		16	48	82	

Assessment strategy	Weight (%)	Assessment time	Assessment criteria
Tests (written) during lectures.	Aprox 50	During semester	There is a short test during the lecture. It is possible to collect up to 10 points.
Exam (written)	Aprox 50	Exam after the semester	Exam consists of theory questions and exercises (of diverse difficulty). During the exam it is possible to collect up to 10 points.

Author	Year	Title	Number or volume	Publisher or URL
Reading				
R. Goldblatt	1984	Topoi. The categorial analysis of logic. Second edition. Chapters 3 and 9.		North-Holland Publishing Co. Avialable online https://projecteuclid.org/eBooks/books-by-independent-authors/topoi-the-categorial-analysis-of-logic/toc/bia/1403013939
P. Smith (University of Cambridge)	2022	Beginning Category Theory		https://www.logicmatters.net/categories/

Additional reading				
Brendan Fong, David I. Spivak	2019	Seven Sketches in Compositionality: An Invitation to Applied Category Theory		Cambridge University Press, https://doi.org/10.1017/9781108668804 , https://arxiv.org/abs/1803.05316